**מחקרי היובל**

**חלוקת הנחלות במבט רב-תחומי**

**אראל סגל-הלוי, המחלקה למדעי המחשב, אוניברסיטת בר-אילן**

מבוא

|  |  |
| --- | --- |
| וְקִדַּשְׁתֶּם אֵת שְׁנַת הַחֲמִשִּׁים שָׁנָה  וּקְרָאתֶם דְּרוֹר בָּאָרֶץ לְכָל יֹשְׁבֶיהָ  יוֹבֵל הִוא תִּהְיֶה לָכֶם  וְשַׁבְתֶּם אִישׁ אֶל אֲחֻזָּתוֹ  וְאִישׁ אֶל מִשְׁפַּחְתּוֹ תָּשֻׁבוּ.[[1]](#footnote-1)  וְהָאָרֶץ לֹא תִמָּכֵר לִצְמִתֻת, כִּי לִי הָאָרֶץ, כִּי גֵרִים וְתוֹשָׁבִים אַתֶּם עִמָּדִי.[[2]](#footnote-2) | שְׂאוּ אֶת רֹאשׁ כָּל עֲדַת בְּנֵי יִשְׂרָאֵל,  מִבֶּן עֶשְׂרִים שָׁנָה וָמַעְלָה לְבֵית אֲבֹתָם,  כָּל יֹצֵא צָבָא בְּיִשְׂרָאֵל.[[3]](#footnote-3)  לָאֵלֶּה תֵּחָלֵק הָאָרֶץ בְּנַחֲלָה בְּמִסְפַּר שֵׁמוֹת.  לָרַב תַּרְבֶּה נַחֲלָתוֹ, וְלַמְעַט תַּמְעִיט נַחֲלָתוֹ;  אִישׁ לְפִי פְקֻדָיו יֻתַּן נַחֲלָתוֹ.[[4]](#footnote-4) |

מזה שנים רבות אני חוקר באופן פרטי את חוקת הנחלות ואת מצוות היובל המקראיות, ואת הדרכים ליישמן בימינו. לאורךהשנים גיליתי שמצווה זו רבת-פנים, ומשיקהלתחומים רבים: הן במדעי הרוח (תנ"ך, תלמוד, היסטוריה, פילוסופיה), הן במדעי החברה (כלכלה, מדעי המדינה, משפטים) ואף במדעים מדויקים (מתמטיקה ומדעי המחשב).

החידושים העיקריים שלי הם בנושא **חלוקת העוגה**, המשותף למתמטיקה, מדעי המחשב וכלכלה (ראו בהמשך, פרק ה), אולם לענ"ד, המחקר בתחומים האחרים יכול להוסיף ולהעשיר את המחקר המתימטי, ולכן לענ"ד הפורמט האידיאלי למחקר מעין זה הוא **דוקטורט רב-מחלקתי**, שבו משלבים מידע מתחומי ידע רבים סביב נושא אחד.

במאמר זה אתאר בקצרה את שאלות המחקר שלי בחלק מהתחומים הללו, ואסביר חלק מהתשובות שמצאתי עד לרגע זה. תוך כדי הצגת השאלות יתברר גם מדוע אני חושב שהנושא הזה מעניין ורלבנטי בימינו.

א. למה ארץ?

בדרך כלל, התורה לא מתערבת בחיי המסחר, ומתירה לקנות ולמכור באופן חופשי (בתנאי כמובן שהמסחר נעשה ביושר ובהסכמת שני הצדדים) .אולם יש יוצא-מן-הכלל אחד, והוא **הארץ** - קרקע בארץ ישראל. מי שיש בבעלותו קרקע, אינו רשאי **למכור** אותה **לצמיתות**, אלא רק עד שנת היובל.

מה מיוחד בארץ? מדוע דווקא לארץ ישנו דין מיוחד? תשובות שונות הוצעו לשאלה זו:

1.סיבה **כלכלית-חברתית**: "חמלה על העבדים והעניים... ודאגה לתקינות הפרנסה בתמידות, בכך שתהא הארץ כולה נחלות בלתי-ניתנות-להעברה, שלא תיתכן לגביהן מכירה מוחלטת: **והארץ לא תִמָּכֵר לצמִתֻת**, כך שהקרן של רכושו של אדם שמורה לו וליורשיו, ו(הקונה) יאסוף את יבולה ולא יותר".[[5]](#footnote-5)ארץ היא אמצעי ייצור חשוב - בזמן המקרא היא שימשה בעיקר לייצור תוצרת חקלאית, ובימינו היא משמשת גם לתוצרת מסוג אחר (כגון: כריית מחצבים, הקמת מפעלים, בניית בתים להשכרה, סלילת כבישים וכד'). לפי זה, המצווה "והארץ לא תימכר לצמיתות", ומצוות היובל הקשורה אליה, נועדו לדאוג שלכל אדם יהיה אמצעי ייצור בסיסי, שיאפשר לו להתפרנס בעצמו. הפסוק מציג גישה כלכלית-חברתית מאוזנת: מצד אחד  **הארץ תימכר** - מותר למכור קרקע, בניגוד לדעה הסוציאליסטית הטוענת שכל הקרקע צריכה להיות מנוהלת באופן ריכוזי ע"י המדינה; מצד שני - **לא לצמיתות,** בניגוד לדעה הקפיטליסטית המאפשרת חופש מוחלט, העלול לגרום לריכוז של כל הקרקעות בידי בעלי הון.

יש להדגיש, שגם בימינו ערכה הכלכלי של הקרקע הוא משמעותי מאד. אמנם רובנו איננו מתפרנסים מחקלאות, אולם כולנו צריכים דירה, ומחיר הקרקע הוא חלק משמעותי ממחיר הדירה. לשם המחשה: אדם שאין לו קרקע ורוצה לרכוש דירה במרכז הארץ צריך לשלם כ-135 משכורות חודשיות ממוצעות,[[6]](#footnote-6) כלומר מעל 11 שנות אדם. לעומת זאת, אדם שיש לו קרקע יכול לבנות עליה דירה (או לפחות קרוואן) בפחות משנת אדם אחת![[7]](#footnote-7)

אולם, הסיבה הכלכלית אינה מספיקה, שהרי גם בזמן המקרא היו אמצעי ייצור נוספים, כגון בקר וצאן, מחרשות וגרזנים; אין שום איסור למכור אותם לצמיתות, ואין שום חובה להחזיר אותם לבעליהם המקוריים בשנת היובל.

2. סיבה **קניינית: "**כִּי לִי הָאָרֶץ", הארץ שייכת רק לה', כי ה' יצר אותה לבדו. בריאת הארץ נזכרת כבר בפסוק הראשון בתורה ומהווה מעין עקרון-על שלאורו יש להבין את התורה כולה. מוצרים אחרים נוצרים בשיתוף פעולה בין האדם לבין הטבע, למשל: החיטה נוצרת בשיתוף פעולה בין החקלאי הזורע וקוצר לבין הקרקע; החלב נוצר בשיתוף פעולה בין הרועה לבין הצאן; וכן הלאה. לכן ה' מתיר לאדם לתבוע בעלות על מוצרים אלה, ולמכור אותם לצמיתות. אולם הקרקע היא כולה יצירה אלוהית, אין לאדם שום חלק בה. ולכן לאף אדם אין זכות לתבוע בעלות פרטית עליה.   זכות הקניין היא ערך חשוב בתורה - פגיעה בקניינו של הזולת נחשבת ל"גזל" וזהו איסור חמור. אולם קניין נובע מיצירה, והקרקע לא נוצרה ע"י אף אדם, ולכן זכות הקניין על קרקע היא מוגבלת.להסבר זה ישנו גם צד חינוכי - ללמדנו שהבריאה (ובפרט, ארץ ישראל) אינה שייכת לנו, ואין אנחנו רשאים לעשות בה כרצוננו: "**והארץ לא תמכר לצמִתֻת** – לחולטנית, **כי לי הארץ** - אל תרע עיניך בה(שאינה שלך), **כי גרים ותושבים אתם** - אל תעשו עצמכם עיקר. ואיך ימכור אדם בית או שדה של אחר?! הרי אתם כאורחים בביתי ובארצי, ואיך תמכרו אותה?!".[[8]](#footnote-8)

אולם, גם סיבה זו אינה מספיקה, שהרי ישנם דברים רבים נוספים שנוצרו רק ע"י ה', וההשתתפות של האדם בהם היא מזערית, כגון: מים, מחצבים למיניהם, ועוד. מעבר לכך, במקומות אחרים במקרא נאמר בפירוש: "**לִי הַכֶּסֶף וְלִי הַזָּהָב**, נְאֻם ה' צְבָאוֹת"[[9]](#footnote-9), "וְכִי מִי אֲנִי וּמִי עַמִּי כִּי נַעְצֹר כֹּחַ לְהִתְנַדֵּב כָּזֹאת? **כִּי מִמְּךָ הַכֹּל**וּמִיָּדְךָ נָתַנּוּ לָךְ",[[10]](#footnote-10)ובכל זאת אין שום איסור למכור כסף וזהב לצמיתות, ואין שום חובה להחזיר אותם ביובל.

3. סיבה **פיסיקלית:**הארץ היא לא רק חומר-גלם לייצור חיטה או מצע לבניית בית - היא גם המרחב, המקום שבו מתרחשת כל פעילות אנושית. תעיד על חשיבות המקום, העובדה שה', בורא העולם כולו, נקרא במסורת היהודית "המקום".

הרי האדם, כמו כל גוף פיסיקלי, חייב להיות במקום כלשהו. ולכן, אדם שאין לו ארץ כמוהו כעבד, כי הוא חייב למלא את כל הוראותיו של אדוני הארץ שהוא נמצא בה. במקרה הטוב, שיעבוד זה יתבטא בחובה לשלם דמי שכירות לבעל הארץ; במקרה הפחות טוב, זה יתבטא בגירוש, כמו שעשה יוסף לאחר שקנה את הקרקעות במצרים.[[11]](#footnote-11) בכל שאר תחומי החיים, האדם יכול להסתפק במועט: הוא יכול, למשל, לגור במערה ולאכול חרובים, וכך לא יצטרך לעבוד עבור אף אדם. אולם לגבי ארץ, אין אפשרות "להסתפק במועט", הרי האדם חייב להימצא במקום כלשהו.

רק אדם שיש לו ארץ הוא חופשי.  משום כך התורה מדגישה, שחוק היובל נועד לשמור על החופש: "וּקְרָאתֶם דְּרוֹר בָּאָרֶץ לְכָל יֹשְׁבֶיהָ".**דרור** - בתרגום אונקלוס – "חירות", ובדברי חז"ל – "דמדייר בי דיירא",[[12]](#footnote-12)מלשון דיור - החופש **לדור**, להימצא בארץ בלי לשלם שכר-דירה ובלי לחשוש מפינוי.  גם הנביא יחזקאל הדגיש, שהחופש הוא הערך המרכזי של שנת היובל, ולכן קרא לה "שְׁנַת הַדְּרוֹר".[[13]](#footnote-13)

כבר בברית בין הבתרים[[14]](#footnote-14) נאמר לאברהם שבניו יהיו **גרים (זרים) '**[בְּאֶרֶץ לֹא לָהֶם](file:///E:\\תורת%20אמת%20-%20347\\Temp\\his_temp_1_1.htm" \l "E6,0,בראשית פרק-טו^^44060!)'וישועבדו על-ידי תושבי אותה הארץ. כשאדם הנו גֵּר, ואין לו חלק ונחלה בארץ, קל גם להפוך אותו לעֶבֶד. שני מצבים אלה נזכרים יחדיו במקומות נוספים בתנ"ך, כגון: "וְיוֹם הַשְּׁבִיעִי שַׁבָּת לה' אֱלֹהֶיךָ, לֹא תַעֲשֶׂה כָל מְלָאכָה אַתָּה וּבִנְךָ וּבִתֶּךָ **וְעַבְדְּךָ וַאֲמָתֶךָ** וְשׁוֹרְךָ וַחֲמֹרְךָ וְכָל בְּהֶמְתֶּךָ **וְגֵרְךָ אֲשֶׁר בִּשְׁעָרֶיךָ** לְמַעַן יָנוּחַ **עַבְדְּךָ וַאֲמָתְךָ** כָּמוֹךָ",[[15]](#footnote-15) "לֹא תַטֶּה מִשְׁפַּט **גֵּר** יָתוֹם וְלֹא תַחֲבֹל בֶּגֶד אַלְמָנָה וְזָכַרְתָּ כִּי **עֶבֶד** הָיִיתָ בְּמִצְרַיִם וַיִּפְדְּךָ ה' אֱלֹהֶיךָ מִשָּׁם".[[16]](#footnote-16) ביציאת מצרים בני ישראל השתחררו ממצב **העבדות** אולם התהליך הושלם רק בהגיעם לארצם שלהם. רק אז הם השתחררו ממצב **הגרוּת**, הנוודות חסרת האחיזה בקרקע. את אותו תהליך שעבר העם כולו, עובר גם כל יחיד ויחיד בשנת היובל: הוא יוצא לחרות, כך שלא יהיה עוד עבד, ויחד עם זאת מקבל מחדש את חלקו בארץ כך שלא יהיה עוד גֵר.

גם חכמי התלמוד הכירו בחשיבות הבעלות על חלקת אדמה, מעל ומעבר לשימוש בה כאמצעי ייצור. כך מצד אחד אנו מוצאים בתלמוד המלצה חריפה שלא להתפרנס מעבודת הקרקע: "אין לך אומנות פחותה מן הקרקע",[[17]](#footnote-17) ומצד שני אנו מוצאים, באותו עמוד ומפי אותו חכם, את הקביעה: "כל אדם שאין לו קרקע - אינו אדם".[[18]](#footnote-18)

אולם, גם סיבהזו אינה מספיקה, כי היא מתאימהלכל ארץ בעולם, בעוד שדין היובל חל רק בארץ ישראל.

4. סיבה **לאומית:** בעלות על חלקת אדמה מחברת את האזרח לארצו, ומגדילה באופן משמעותי את המוטיבציה שלו להשקיע בה ולהגן עליה: "היהודים בארצות הגולה הרגישו זרים, חסרי שרשים ובלתי‬ רצויים. הציונות שאפה להעניק לכל יהודי תחושה של קשר עמוק וטבעי לכל ‬רגב באדמת מולדתו, אך הבעלות הריכוזית יצרה תחושה שגם בארץ ישראל חי היהודי על אדמה שאינה שלו. תחושת החרות הלאומית אינה יכולה לנבוט ‬בלב אדם שאינו מרגיש חופשי כפרט. אין הוא יכול לפתח רגש פטריוטי לעמו ‬ולארצו, אם מקום מגוריו אינו שייך לו. ישראלים רבים משועבדים כיום לבנק‬ שנתן להם משכנתא ולממסד השולט ברובקרקעות המדינה בשיטות ‬מונופוליסטיות מובהקות. השיטה הזו מזמינה שחיתויות, בולמת את התפתחות ‬הכלכלה החופשית וגורמת ליאוש ומרירות אצל אזרחים רבים‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬‬".[[19]](#footnote-19)‬‬‬‬

5. סיבה **רוחנית: "**כִּי לִי הָאָרֶץ" - ארץ ישראל מקודשת לה'. בניגוד לארצות אחרות, שעליהן אפשר לקרוא את הפסוק "וְהָאָרֶץ נָתַן לִבְנֵי אָדָם",[[20]](#footnote-20) ארץ ישראל לא ניתנה לבני אדם אלא נשארה "ארץ ה'".[[21]](#footnote-21) גם עם ישראל מקודש לה', ולכן כל אדם מישראל צריך להיות קשור לארץ ישראל, זה חלק בלתי נפרד מהאישיות שלו. התורה קובעת שיש לחלק את ארץ ישראל באופן שווה לבני ישראל, ולשחזר את החלוקה הזאת פעם בחמישים שנה, כך שלכל אדם יהיה חלק בארץ הקודש. היחידים שאינם צריכים חלק בארץ הם בני שבט לוי, שהרי יש להם חלק במקדש, "עַל כֵּן לֹא הָיָה לְלֵוִי חֵלֶק וְנַחֲלָה עִם אֶחָיו, **ה' הוּא נַחֲלָתוֹ** כַּאֲשֶׁר דִּבֶּר ה' אֱלֹהֶיךָ לוֹ".[[22]](#footnote-22)

ב. קיום חוקת הנחלות בימי המקרא

* בתנ"ך לא מתואר קיום בפועל של מצוות היובל הנוגעת להחזרת הקרקעות לבעליהן המקוריים. עובדה זו יכולה ליצור את הרושם שמצוות החזרת הנחלות ביובל הנה אידיאל נשגב שמעולם לא יושם בפועל. לעניות דעתי רושם זה איננו מדויק שכן יש לראות את מצוות היובל בהקשרה, כחלק מחוקת הנחלות המקראית: "כִּי יָמוּךְ אָחִיךָ וּמָכַר מֵאֲחֻזָּתוֹ וּבָא גֹאֲלוֹ הַקָּרֹב אֵלָיו וְגָאַל אֵת מִמְכַּר אָחִיו. וְאִישׁ כִּי לֹא יִהְיֶה לּוֹ גֹּאֵל וְהִשִּׂיגָה יָדוֹ וּמָצָא כְּדֵי גְאֻלָּתוֹ. וְחִשַּׁב אֶת שְׁנֵי מִמְכָּרוֹ וְהֵשִׁיב אֶת הָעֹדֵף לָאִישׁ אֲשֶׁר מָכַר לוֹ וְשָׁב לַאֲחֻזָּתוֹ. וְאִם לֹא מָצְאָה יָדוֹ דֵּי הָשִׁיב לוֹ וְהָיָה מִמְכָּרוֹ בְּיַד הַקֹּנֶה אֹתוֹ עַד שְׁנַת הַיּוֹבֵל וְיָצָא בַּיֹּבֵל וְשָׁב לַאֲחֻזָּתוֹ".[[23]](#footnote-27) חוקה זו נועדה לוודא שכל נחלה תחזור לבעליה או לקרובי משפחתו, כך שלכל אדם ומשפחה תהיה נחלה בארץ. ישנן עדויות לכך שעיקרון זה אכן נשמר החל מכניסתם של בני ישראל לארץ ועד תקופת מלכי ישראל. בספר יהושע ישנם פרקים רבים (פרקים יג-כא) המתארים את תהליך ההתנחלות של בני-ישראל בארצם, ומדגישים שכל שבט ומשפחה קיבלו נחלה, למשל, "זֹאת נַחֲלַת מַטֵּה בְנֵי יְהוּדָה **לְמִשְׁפְּחֹתָם**"[[24]](#footnote-28) ועוד הרבה.
* בסוף ספר שופטים נאמר "וַיִּתְהַלְּכוּ מִשָּׁם בְּנֵי יִשְׂרָאֵל בָּעֵת הַהִיא אִישׁ לְשִׁבְטוֹ ּלְמִשְׁפַּחְתּוֹ וַיֵּצְאוּ מִשָּׁם **אִישׁ לְנַחֲלָתוֹ**",[[25]](#footnote-30)אמירה הרומזת לכך שלכל איש אכן הייתה נחלה.

במגילת רות, המתארת אף היא את ימי השופטים, אחד הנושאים המרכזיים הוא גאולת הנחלה של אלימלך ובניו המתים, בכדי שלא תעבור למשפחה אחרת.[[26]](#footnote-31)מתיאורים אלה עולה שבני ישראל הקפידו על שימור הנחלות בידי בעליהן המקוריים, ומשום כך יתכן שכלל לא נוצר הצורך לקיים את מצוות היובל! מצוות היובל היא רק ברירת מחדל, הנוצרת כאשר הקרובים אינם מצליחים לגאול את הקרקע במשך 50 שנה, ורק אז באה מצוות היובל ומחזירה את הקרקע לבעליה בחינם. אם מקפידים לקיים את מצוות הגאולה, ממילא אין מה להחזיר ביובל.

זרעי השינוי לרעה בחוקת הנחלות נזרעו כשבני ישראל ביקשו לעבור למשטר מלוכני.

* כבר כשבני ישראל ביקשו משמואל שימנה להם מלך, שמואל הזהיר אותם שהמלך "אֶת שְׂדוֹתֵיכֶם וְאֶת כַּרְמֵיכֶם וְזֵיתֵיכֶם הַטּוֹבִים יִקָּח וְנָתַן לַעֲבָדָיו".[[27]](#footnote-32)–כלומר, המלך יפגע בחוקת הנחלות המקראיתומעניין במיוחד לשים לב לעובדה שהפסוק מדגיש את העברת נחלות דווקא לידי 'עבדי' המלך. הפירוש הפשוט הוא שהמלך יקח חלקים מנחלות בני-ישראל כמס וישלם באמצעותם לעבדיו השונים, אך אולי במובן עמוק יותר – או על דרך המליצה – ניתן להבין מכאן שאפילו אם תשארו אתם על אדמתכם אזי עם התערבות המלך בחוקת הנחלות המקראית תהיו כעבדים על אדמותיכם שלכם במקום בני-חורין.
* אזהרתו של שמואל לא התממשה באופן מיידי. שאול, המלך הראשון, לא גזל קרקעות – הוא ניהל את מלכותו מנחלתו הפרטית "גִּבְעַת שָׁאוּל".[[28]](#footnote-33) דוד ניהל את מלכותו מעיר דוד שאותה כבש מהיבוסים, וכך גם צאצאיו מלכי יהודה.
* אולם מספר דורות לאחר מכן, לאחר התפצלות ממלכת ישראל ויהודה, קם בישראל מלך חדש –**עמרי**. הוא קנה קרקע לצורך בניית עיר בירה חדשה: "**וַיִּקֶןאֶתהָהָר** שֹׁמְרוֹן מֵאֶת שֶׁמֶר בְּכִכְּרַיִם כָּסֶף וַיִּבֶן אֶת הָהָר וַיִּקְרָא אֶת שֵׁם הָעִיר אֲשֶׁר בָּנָה עַל שֶׁם שֶׁמֶר אֲדֹנֵי הָהָר שֹׁמְרוֹן".[[29]](#footnote-34) מייד לאחר מכן נאמר: "וַיַּעֲשֶׂה עָמְרִי הָרַע בְּעֵינֵי ה', **וַיָּרַעמִכֹּלאֲשֶׁרלְפָנָיו**".[[30]](#footnote-35) בימי עמרי עדיין היה קשה לראות מה כל-כך רע בקניית קרקע לצמיתות, ובפרט שהדבר נעשה (כנראה)בהסכמת הקונה. היו שאף שיבחו את עמרי על קניה זו, ואמרו שבזכותה הוא זכה למלכות יציבה.[[31]](#footnote-36)אולם היתה כאן שבירה של העיקרון "**והארץלאתימכרלצמיתות**".[[32]](#footnote-37)– עיקרון שכל המלכים אשר לפניו לא העזו לשבור.כאן נפתח השער לעושק קרקעות ולנישולם של בני ישראל מנחלתם.
* אחאב, בנו של עמרי, הלך בדרכו של אביו ורצה לקנות קרקע נוספת לצמיתות - את כרם נבות היזרעאלי.נבות סירב: "וַיֹּאמֶר נָבוֹת אֶל אַחְאָב: חָלִילָה לִּי מה' מִתִּתִּי אֶת נַחֲלַת אֲבֹתַי לָךְ!".[[33]](#footnote-38) דבריו של נבות מעידים,שעוד בימי אחאב, היו מבני ישראל שהקפידו לדבוק בעקרון "והארץ לא תימכר לצמיתות" ולשמור על נחלת אבותיהם. אולם לאחאב היתה בת-זוג בשם " אִיזֶבֶל בַּת אֶתְבַּעַל מֶלֶךְ צִידֹנִים ".[[34]](#footnote-39) איזבל שייכת לתרבות ה**בעל**– תרבות שבה בעלות על קרקע היא לגיטימית. היא לא יכלה לסבול את התנגדותו של נבות, וארגנה משפט שבו נבות נרצח ונחלתו נשדדה. [[35]](#footnote-40)
* מעשים אלה, שבימי עמרי ואחאב היו חד-פעמיים, התפשטו בישראל, ובימי הנביאים הם הפכו לדבר שבשגרה גם ביהודה: "וְחָמְדוּ שָׂדוֹת וְגָזָלוּ וּבָתִּים וְנָשָׂאוּ וְעָשְׁקוּ גֶּבֶר וּבֵיתוֹ וְאִישׁ וְנַחֲלָתוֹ",[[36]](#footnote-41)"וְיִשְׁתַּמֵּר חֻקּוֹת עָמְרִי וְכֹל מַעֲשֵׂה בֵית אַחְאָב וַתֵּלְכוּ בְּמֹעֲצוֹתָם לְמַעַן תִּתִּי אֹתְךָ לְשַׁמָּה וְיֹשְׁבֶיהָ לִשְׁרֵקָה וְחֶרְפַּת עַמִּי תִּשָּׂאוּ".[[37]](#footnote-42)בנבואות אחרית הימים שלו, מתאר הנביא יחזקאל סדר חברתי שאמור למנוע את עושק הקרקעות ע"י המנהיגים: "**וְלֹא יִקַּח הַנָּשִׂיא מִנַּחֲלַת הָעָם לְהוֹנֹתָם מֵאֲחֻזָּתָם, מֵאֲחֻזָּתוֹ יַנְחִל אֶת בָּנָיו, לְמַעַן אֲשֶׁר לֹא יָפֻצוּ עַמִּי אִישׁ מֵאֲחֻזָּתוֹ**."[[38]](#footnote-43) בהמשך הוא קובע שבעתיד הארץ תחולק באופן שיוויוני לבני ישראל ולגרים: "**וּנְחַלְתֶּם אוֹתָהּ אִישׁ כְּאָחִיו אֲשֶׁר נָשָׂאתִי אֶת יָדִי לְתִתָּהּ לַאֲבֹתֵיכֶם וְנָפְלָה הָאָרֶץ הַזֹּאת לָכֶם בְּנַחֲלָה... וְהָיָה תַּפִּלוּ אוֹתָהּ בְּנַחֲלָה לָכֶם וּלְהַגֵּרִים הַגָּרִים בְּתוֹכְכֶם אֲשֶׁר הוֹלִדוּ בָנִים בְּתוֹכְכֶם וְהָיוּ לָכֶם כְּאֶזְרָח בִּבְנֵי יִשְׂרָאֵל אִתְּכֶם יִפְּלוּ בְנַחֲלָה בְּתוֹךְ שִׁבְטֵי יִשְׂרָאֵל**",[[39]](#footnote-44) ואף מתאר את סדר החלוקה של ארץ ישראל בין השבטים.[[40]](#footnote-45)

לסיכום, חוקת הנחלות המקראית נשמרה במשך תקופת השופטים והופרה בימי המלכים החל מבית עומרי, אולם נביאי ישראל לא חדלו לשאוף ולהטיף להחזרת חוקת הנחלות בעתיד.

ג. חוקת הנחלות בתלמוד

בתורה נאמר שיש לחלק את הקרקעות של ארץ ישראל באופן הוגן, "**לָרַב תַּרְבֶּה נַחֲלָתוֹ וְלַמְעַט תַּמְעִיט נַחֲלָתוֹ**". על-פי הפשט, המילים "רב" ו"מעט" מתייחסים לכמות הקרקע, כלומר לשטחה: שבט שאנשיו מרובים יקבל נחלה גדולה, ושבט שאנשיו מועטים יקבל נחלה קטנה. אולם חכמי התלמוד תיארו תהליך חלוקה מתוחכם יותר המתחשב גם בשווי הכספי של הקרקע: "**ולא נתחלקה אלא בכסף... סאה ביהודה שווה חמש סאין בגליל**".**[[41]](#footnote-49)**

**הסוגיה מתייחסת לאופן שבו חישבו את שווי הקרקע על-מנת שהחלוקה תהיה הוגנת, על-פי שני גורמים: איכות הקרקע ("שופרא וסניא"), והמיקום הגיאוגרפי שלה ("קרובה ורחוקה"). אין זה ברור על מה מבוססת ההנחה שדווקא אלו שני הגורמים החשובים. האם הסתמכו החכמים על נהלי העבודה המקובלים של שמאי המקרקעין בזמנם או שמא להנחות אלו יסוד הלכתי טהור?**

**אם נרצה לבצע חלוקת קרקעות מחודשת בימינו, נצטרך להחליט, האם שני גורמים אלה עדיין רלבנטיים, או שמא יש להגדיר גורמים חדשים ובעלי משמעות בשוק הקרקעות המודרני?**

**מעבר לכך: בימינו ערך הקרקע עשוי להשתנות באופן משמעותי תוך זמן קצר. לשם המחשה, לפני מלחמת ששת הימים, ערך הקרקעות הסמוכות לחומת ירושלים היה נמוך יחסית. זמן קצר אחרי המלחמה, אנשים שהסכימו לגור ברובע היהודי קיבלו בתים בחינם. היום, הקרקעות והבתים הללו שווים מיליונים. דוגמה נוספת: קרקע בלב המדבר תיחשב, בדרך-כלל, לבעלת ערך נמוך עד אפסי, אולם אם יתגלו שם סימני נפט, ערכה עשוי לנסוק בבת אחת. אולם אם בעתיד האנושות תפסיק להשתמש בנפט ותעבור לאנרגיה מסוג אחר, ייתכן שהנפט דווקא יוריד את ערך הקרקע וייחשב למיטרד.**

**מכאן נשאלת השאלה, האם בכלל יש טעם לבצע מדידה מדוייקת של ערך הקרקע בזמן החלוקה הראשונית? הרי, גם אם בחלוקה הראשונית כל הנחלות יהיו שוות-ערך, עד שנת היובל הבאה הערכים ישתנו, והנחלות שיוחזרו לבעליהן ביובל כבר לא יהיו שוות-ערך!**

**אם כך, אולי החלוקה הראשונית צריכה להסתמך רק על שטח, כפי שמשתמע מפשט הפסוקים, כך שכל אזרח יקבל קרקע באותו גודל? שאלות אלו קשורות לדיון על חלוקה הוגנת של קרקעות לפי העדפות אישיות, שנחקר באופן מקיף בתורת המשחקים, כפי שנראה בהמשך.**

באשר למצוות היובל, יש דיון מועט בלבד בתלמוד ונראה שבזמן חכמי התלמוד המצווה כבר לא נהגה למעשה, שהרי חלוקת הנחלות המקורית התבטלה: "*משגלו שבט ראובן ושבט גד וחצי שבט מנשה בטלו יובלות, שנאמר:'****וקראתם דרור בארץ לכל יושביה'*** *- בזמן שכל יושביה עליה ולא בזמן שגלו מקצתן. יכול היו עליה והן מעורבין שבט בנימין ביהודה ושבט יהודה בבנימין יהא יובל נוהג? תלמוד לומר:'****לכל יושביה'****, בזמן שיושביה כתיקונן ולא בזמן שהן מעורבין"*.[[42]](#footnote-51) עם זאת, החזרת הנחלות לבעליהן נחשבת לאחד ממאפייני ימות המשיח: "*אמר רבי חנינא: אחר ארבע מאות לחורבן הבית, אם יאמר לך אדם קח שדה שוה אלף דינרים בדינר אחד - לא תקח (רש"י: שהיא קץ הגאולה, ותקבץ להר הקודש לנחלת אבותיך, ולמה תפסיד הדינר?)*". *[[43]](#footnote-53)*

ד. רעיון היובל בכלכלה המדיניתהוגי-דעות ציוניים רבים, וביניהם הרצל וז'בוטינסקי, קיבלו השראה ממצוות חלוקת הנחלות והיובל והציעו ליישמה באופן חלקי במדינת ישראל. ניתן לסווג את ההצעות השונות לפי מספר קריטריונים. [[44]](#footnote-54) שני העיקריים שבהם הם:

א. **מה** מחלקים ומחזירים ביובל? הרצל דיבר על חלוקה והחזרה של קרקעות בלבד, בהתאם לפשוטו של מקרא. אולם ז'בוטינסקי, שבתי בן-דב ואחרים טענו שיש להרחיב את הדין לסוגים נוספים של רכוש, כגון: אמצעי ייצור שונים, קניין רוחני ועוד. לענ"ד, כפי שהסברתי בפרק הראשון של מאמר זה, לקרקע ישנה חשיבות ייחודית, בעלת מאפיינים ייחודיים שאין לסוגי רכוש אחרים, ולכן אין צורך או הצדקה להכליל את דין היובל לסוגי רכוש אחרים.

ב. **איך** מחלקים ומחזירים ביובל? הרצל תמך בגישה ריכוזית לפיה כל הקרקעות שייכות לגוף ציבורי בשם "החברה החדשה", והגוף הזה משכיר את הקרקעות עד שנת היובל. ז'בוטינסקי, אהוד טוקטלי ואחרים התנגדו לגישה ריכוזית זו וקידשו את ערך הבעלות הפרטית. לענ"ד, כפי שהסברתי בפרק הראשון של מאמר זה, אחד העקרונות העומדים ביסודה של מצוות היובל הוא ה"**דרור**", חופש הפרט. ישנו קשר הדוק בין בעלות על נחלה פרטית לבין חופש. לפיכך לענ"ד הדרך הנכונה לקיים את חוקת הנחלות בימינו היא למצוא דרך שתאפשר לכל אדם להחזיק בבעלותו נחלה פרטית, שבה יהיה חופשי לנהוג כרצונו, ללא כל שיעבוד לגוף ציבורי כלשהו. בהמשך המאמר אציע דרכים מעשיות להשגת מטרה זו.

כאמור, מצוות היובל המקראית מדגישה את חשיבות הבעלות הפרטית השוויונית על קרקעות, כחלק בלתי-נפרד מהחופש ומזכויות הפרט, **ומסתבר לרעיון שבבסיס מצוות היובל הייתה השפעה גם על הוגי-דעות בעמים אחרים.** אחד מהוגי-הדעות שהושפע מכך, ככל הנראה, היה **הנרי ג'ורג'**, כלכלן ומדינאי אמריקאי בן המאה ה-19. בספרו "קדמה ועוני"[[45]](#footnote-56), טוען הנרי ג'ורג', שחוסר-השוויון בבעלות על קרקעות הוא הגורם העיקרי לעוני בחברות תעשייתיות מתקדמות (זאת בניגוד לטענה שמצוות היובל רלבנטית רק בחברה חקלאית). הוא מבסס את טענותיו על נימוקים כלכליים, היסטוריים ופילוסופיים וחלק מטענותיו נראות כאילו נלקחו מהמקרא, כגון:אם כבר תירגמת עדיף לתת כאן את המשפט המתורגם כולל הפנייה מדוייקת לעמוד

"For what are we but tenants for a day? Have we made the earth that we should determine the rights of those who after us shall tenant it in their turn"?[[46]](#footnote-57)

טענה זו מזכירה את ההצדקה המקראית למצוות היובל: "וְהָאָרֶץ לֹא תִמָּכֵר לִצְמִתֻת, כִּי לִי הָאָרֶץ, כִּי גֵרִים וְתוֹשָׁבִים אַתֶּם עִמָּדִי".[[47]](#footnote-58) לא אנחנו יצרנו את הארץ - אנחנו רק אורחים כאן - ולכן לכולנו ישנן זכויות שוות להנאה מן הקרקע.

רעיונותיו של הנרי ג'ורג' השפיעו גם מעבר לים, למשל, על "החברה הבריטית למען הלאמת קרקעות", שהתכנסה לראשונה ב-1882.[[48]](#footnote-59)

השוואה היסטורית

למיטב ידיעתי, חוקת הנחלות המקראית בשלמותה הנה ייחודית למקרא. עם זאת, ניתן למצוא הקבלות מסויימות לחלקים ממנה, כגון:

**חלוקת נחלות על-פי גורל**

החלוקה הראשונית של ארץ-ישראל (במדבר כו) היתה "**בגורל**". חלוקת קרקעות בהגרלה הייתה מקובלת במקומות רבים בעולם (מכאן השם האנגלי לחלקת-אדמה: lot, שמשמעותה 'גורל', כמו 'לוטו'). מעניינת במיוחד השיטה של ערביי ארץ-ישראל בתקופת השלטון העות'מאני, שיטת ה'מושע', שבה הקרקעות החקלאיות הנן רכוש משותף של הכפר והן מחולקות בהגרלה בין הכפריים.[[49]](#footnote-60) אולם בניגוד לחלוקה המקראית, שהיתה חד-פעמית, החלוקה בשיטת ה"מושע" בוצעה בכל שנה מחדש. אחד החסרונות של שיטה זו לעומת השיטה המקראית היה שלאזרחים לא היתה מוטיבציה להשקיע בקרקע, כי היא ממילא לא נשארה ברשותם.[[50]](#footnote-61)

**הגבלה על צבירת קרקעות**

אחת התוצאות של מצוות היובל הנה הגבלה על צבירת קרקעות לאורך זמן, שכן גם אדם עשיר שירכוש קרקעות רבות יאלץ להחזירן לבעליהן הראשונים בשנת היובל. גם לעמים אחרים היו חוקים עם מטרה דומה. למשל, ביוון העתיקה קבע המחוקק **סולון**, שנבחר לתפקידו בסביבות 600 לפסה"נ, חוק המגביל משמעותית את כמות הקרקע שאדם אחד יכול להחזיק בבעלותו. [[51]](#footnote-62)

ברומא העתיקה היה חוק שאסר על אזרח יחיד להחזיק יותר מ-500 יוגרה (כ-1,250 דונם) של קרקע ציבורית.[[52]](#footnote-63) עם זאת, החוק הזה לא נאכף והעשירים ניצלו פרצות בחוק שאפשרו להם לרכוש שטחים עצומים ולהקים אחוזות גדולות (לטיפונדיות), בעוד שאזרחים עניים רבים נותרו חסרי-קרקע. הטריבון הרומי טיבריוס סמפרוניוס גרקכוס, שנבחר לתפקיד בשנת 133 לפסה"נ, דרש ליישם את החוק, להחרים קרקעות החורגות מהכמות המותרת, ולחלקן לחסרי-קרקע. באחד מנאומיו המפורסמים אמר (בתרגום לעברית):

"לכל חיות הבר של איטליה יש מאורות. לכל בעל-חיים ישנו מקום מנוחה, מקום מקלט. אבל לאנשים הנלחמים ונהרגים למען איטליה יש רק אויר ואור. ללא בית, ללא נחלה, הם נודדים עם נשיהם וילדיהם".[[53]](#footnote-64)

משפט זה מסביר את החשיבות שבבעלות על חלקת-אדמה - לא רק כאמצעי פרנסה, אלא כמקום לחיות ולהיאחז בו. הצעותיו של טיבריוס עוררו התנגדות רבה בקרב השמרנים בעלי הקרקעות, ובסופו של דבר גרמו לרציחתו ע"י הסנאט. הויכוח על הקרקעות ברומי נמשך שנים רבות לאחר מותו.[[54]](#footnote-65)

**חלוקת נחלות ליוצאי צבא**

החלוקה הראשונית של ארץ ישראל (במדבר כו) היתה ל"**כל יוצא צבא בישראל**". קשר בין קרקעות לבין שירות צבאי היה גם בתקופות שונות ובמקומות שונים בעולם, למשל, האימפריה הרומית נהגה לחלק שטחים בפרובינציות כבושות לליגיונרים פורשים, החל מהרפורמות של גאיוס מאריוס (107 לפסה"נ).[[55]](#footnote-66) גם באירופה הפיאודלית היה מקובל לתת אדמות לאנשי צבא. האבירים שגרו על אדמות אלו התחייבו להביא לשדה הקרב כוח צבאי מסוים לפי הצורך. [[56]](#footnote-67)

בנוסף לחוקים הקבועים, מדינות רבות ביצעו **חלוקה-מחדש חד-פעמית של קרקעות** - הידועה בשם "רפורמה אגרארית".[[57]](#footnote-68) אחד הנושאים המעניינים למחקר הוא, לבדוק, באופן כמותי במידת האפשר, את ההשלכות של רפורמות מסוג זה על מדדים כלכליים וחברתיים שונים, כגון: תמ"ג, מדד ג'יני, רמת חיים וכד'. כמובן, יהיה קל יותר לחקור את העניין לגבי רפורמות אגראריות שבוצעו בעבר הקרוב, במקומות ובתקופות שעליהם אפשר להשיג נתונים כלכליים כמותיים.

סיכום ביניים

העיקרון המרכזי העומד ביסודה של חוקת הנחלות המקראית הוא שכל אזרח (יוצא צבא) בישראל זכאי להיות בעלים של נחלה בארץ ישראל, בין אם זו בעלות בפועל או בעלות פוטנציאלית שתתממש בשנת היובל הקרובה. בפרקים הקודמים ניסיתי להראות שעיקרון זה חשוב בכל תקופה, ובפרט גם בימינו.

בפרקים הבאים נתמקד בדרכים מעשיות לממש עיקרון זה בימינו.

מדעי המחשב ומתמטיקה

הדיון בפרק זה, בניגוד לפרקים הקודמים, יהיה פורמלי ויתבסס על הגדרות מדויקות. בפרט:

* א. נניח שישנה קבוצה של אנשים הזכאים לקבל קרקעות - נקרא להם "האזרחים".
* ב. נניח שנעשתה חלוקה של ארץ ישראל לחלקות "שוות", שמספרן בדיוק כמספר האזרחים - נקרא להן "הנחלות". אם החלטנו להתעלם מהערך הכלכלי, אז הנחלות יהיו שוות בגודלן, ואם החלטנו להתחשב בערך הכלכלי, אז הנחלות יהיו שוות בערכן. אם מישהו מחזיק בשטח גדול יותר או בעל ערך כלכלי רב יותר, נאמר שהוא מחזיק במספר נחלות; לדוגמה, אם נחלה אחת שווה רבע דונם, אז אדם המחזיק בבעלותו 2 דונם למעשה מחזיק 8 נחלות שונות.
* בנוסף, במאמר זה לא נתייחס לסוגיות של הורשת נחלות וחלוקתן בין צאצאים, אלא נניח שלכל אזרח ישנו יורש אחד בדיוק, המקבל אזרחות בדיוק ברגע שבו המוריש שלו נפטר, כך שמספר האזרחים הוא קבוע.

מטרתנו העיקרית היא למצוא תהליך (אלגוריתם), שיביא אותנו מהמצב הנוכחי למצב האידיאלי על-פי התורה, שבו, בכל שנת יובל, **לכל אזרח ישנה נחלה אחת**.

לשם המחשה, נציג תחילה שני פתרונות שבוודאי אינם טובים:

1. ניתן לבצע כבר היום רישום של הבעלות על כל הנחלות, ולהתחיל כבר ממחר לספור את השנים לקראת היובל הבא. כעבור 50 שנה, תוחזר כל נחלה לבעליה הרשומים. פתרון זה בוודאי אינו ראוי, שהרי כיום לאזרחים רבים אין נחלה, ושנת היובל תנציח מצב זה, בניגוד לכוונת התורה שלכל אזרח תהיה נחלה.

2. ניתן להכריח כל אזרח, המחזיק יותר מנחלה אחת, למכור את כל הנחלות פרט לאחת, לאזרחים שאין להם נחלה, ורק לאחר מכן להתחיל לספור את השנים עד היובל. פתרון זה יבטיח נחלה לכל אזרח, אולם הוא יפגע באופן משמעותי בבחירה החופשית של בעלי הקרקע הנוכחיים.

אולם ניתן להציע פתרון שלישי הנמנע מהבעיות שבשני הפתרונות הקודמים. ניתן לבצע כבר היום רישום של הבעלות על כל הנחלות, ולהתחיל כבר ממחר לספור את השנים לקראת היובל הבא - כמו בפתרון 1. אולם, כעבור 50 שנה, **רק האנשים שאין בבעלותם נחלה יוכלו להחזיר לעצמם נחלה אחת**. התהליך יתנהל ע"פ האלגוריתם הבא:

1. בחר אזרח כלשהו, שהייתה לו נחלה בתחילת הספירה, ושאין לו נחלה כעת;[[58]](#footnote-69)

2. אם אין אזרח כזה - סיים;

3. אם יש אזרח כזה - בקש ממנו לבחור את אחת הנחלות שהייתה בבעלותו בתחילת הספירה, והחזר את הנחלה לבעלותו;

4. חזור על התהליך עד לסיום.

לאחר סיום התהליך, מבצעים רישום מחודש של הבעלות, ומתחילים לספור מחדש לקראת היובל הבא.

קל לראות, שכל אזרח שהייתה לו נחלה בתחילת הספירה, יהיה בעל נחלה גם בסוף תהליך היובל. כך, התהליך מבטיח, שמספר בעלי הנחלות לא יקטן מיובל אחד ליובל הבא. מצד שני, ייתכן שיהיו אנשים חסרי-נחלה שיצליחו לרכוש נחלה חדשה, כך שמספר בעלי-הנחלות עשוי לגדול.

במאמרי "אלגוריתם היובל"[[59]](#footnote-70) ניתחתי בפירוט את האלגוריתם הנ"ל, והוכחתי, שאם כל נחלה נמכרת בהסתברות גדולה מאפס, **התהליך המתואר מתכנס למצב שבו לכל אזרח יש נחלה**. בנוסף להוכחה המתימטית הראיתי סימולציות הממחישות את התהליך.[[60]](#footnote-71)

החיסרון של תהליך זה הוא שהוא מניח שישנה חלוקה אובייקטיבית כלשהי של הארץ לנחלות השוות בערכן. אולם, החל מסוף המאה ה-19, מקובלת **תורת הערך הסובייקטיבי** לפיה לחפצים אין כל ערך אובייקטיבי, אלא כל אדם מייחס ערך שונה לכל חפץ בהתאם לצרכיו, העדפותיו ואמונותיו.[[61]](#footnote-74) לפי תורת הערך הסובייקטיבי אין משמעות לחלוקה על-פי שטח, רמת פוריות, מיקום גיאוגרפי או אפילו על-פי שווי שוק. חלוקה זו איננה הוגנת בהכרח מכיוון שהערך הסובייקטיבי שהאזרחים מייחסים לנחלות עשוי להיות שונה משווי השוק שלהן.

חלוקת הנחלות בתורה נועדה לתת לכל משפחה נחלה שתישאר ברשותה לתמיד, ולא סחורה למכירה בשוק, שהרי גם אדם שמכר את נחלתו, קיבל אותה בחזרה בשנת היובל. בחלוקה מסוג זה, שווי השוק פחות חשוב מהערך הסובייקטיבי.

עדות נוספת בתורה להתחשבות בהעדפות ניתן למצוא בעובדה ששבטי גד וראובן קיבלו נחלותלפי בקשתם בעבר הירדן המזרחי (לאחר שהתחייבו לשרת בצבא), ולא בהגרלה יחד עם שאר השבטים. בתקופתנו, בה העדפות ורצונות הפרט זוכות למקום של כבוד יותר מבכל תקופה אחרת, לקיחת העדפות אלו בחשבון חשובה אף יותר ומעלה את השאלה: כיצד ניתן **לחלק קרקעות בצורה הוגנת ללא מדד אובייקטיבי ותוך התחשבות בהעדפות האישיות של כל אזרח?**

ניתן להתייחס לשאלה זו משלוש נקודות-מבט שונות: חלוקת עוגה, הקצאת חדרים, ומשחקי צפיפות.

חלוקת עוגה

כשאברהם ולוט נפרדו, אברהם חילק את ארץ כנען לשני חלקים, "ימין" ו"שמאל", ונתן ללוט לבחור אחד מהם: "הֲלֹא כָל הָאָרֶץ לְפָנֶיךָ, הִפָּרֶד נָא מֵעָלָי! אִם הַשְּׂמֹאל – וְאֵימִנָה, וְאִם הַיָּמִין - וְאַשְׂמְאִילָה".[[62]](#footnote-75) ניתן להשתמש בתהליך דומה בכל מצב שבו רוצים לחלק משאב כלשהו (כגון: עוגה, קרקע, זמן וכד') בין שני אנשים שיש להם העדפות שונות: אחד האנשים מחלק את המשאב לשני חלקים, השני בוחר את אחד החלקים, והראשון זוכה בחלק הנותר. תהליך זה מאפשר לכל אחד מהמחלקים לקבל חלק ששוויו לפחות מחצית מן העוגה, בהתאם להעדפות האישיות שלו. כל מה שצריך הראשון לעשות הוא, לחלק את המשאב לשני חלקים שנראים **בעיניו** שוים. החלקים לא חייבים להיות באותו גודל או באותו שווי-שוק. אם השני חושב שהחלוקה של הראשון אינה שיוויונית, כל מה שעליו לעשות הוא לבחור את החלק שנראה **בעיניו** בעל ערך רב יותר. משום כך לאף אחד מהמשתתפים בתהליך זה אין סיבה להתלונן – כל אחד מקבל חלק שנראה בעיניו טוב לפחות כמו החלק שקיבל השני.

תהליך זה, כאמור, ידוע ומוכר כבר מימי התנ"ך, אולם הוא מתאים לשני אנשים בלבד.

מה קורה כשיש יותר משני אנשים? כיצד ניתן לחלק קרקע בצורה הוגנת בין מיליוני אנשים?

המתמטיקאי היהודי-פולני, הוגו שטיינהאוס (Hugo Steinhaus), הפנה שאלה זו לתלמידיו והתשובה התפרסמה במאמר חלוצי שלו משנת 1948. הוא מציע את התהליך הפשוט הבא: יש לבקש מאחד האנשים לחתוך פרוסה כלשהי מהעוגה; יש לאפשר לכל אחד מהאנשים האחרים, לפי סדר כלשהו, לקצץ את הפרוסה הנוכחית; האחרון שמקצץ את הפרוסה - זוכה בפרוסה המקוצצת, ויוצא מהמשחק. חוזרים על התהליך עם האנשים שנשארו ועם העוגה שנשארה, עד שכל אחד מקבל פרוסה. תהליך זה מאפשר לכל אחד להבטיח, **שיקבל לפחות 1/n מהעוגה, לפי ההעדפות האישיות שלו**, כאשר n הוא מספר האנשים.

לדוגמה, נניח שישנם מאה אנשים הצריכים לחלק ביניהם קרקע ששווייה מאה מיליון, כך שכל אחד מהם יקבל קרקע ששווה בעיניו מיליון. בשלב הראשון מבקשים מאחד האנשים לסמן חלקה כלשהי ששווה **בעיניו** מיליון. כעת שואלים את שאר 99 האנשים, לפי הסדר, האם בעיניהם החלקה הזאת אכן שווה לכל היותר מיליון. ישנן שתי אפשרויות:

* אם כולם מסכימים שהחלקה שסומנה שווה לכל היותר מיליון, אז האדם הראשון מקבל את החלקה שסימן, ושאר 99 האנשים ממשיכים לחלק את הקרקע שנותרה.
* אם מישהו חושב שהחלקה שסומנה שווה יותר ממיליון, מבקשים ממנו לחתוך את החלקה הזאת ולסמן בתוכה חלקה קטנה יותר, ששווה **בעיניו** מיליון. חלקה זו שווה, בעיני המסמן הראשון, **פחות** ממיליון, כי היא קטנה יותר מהחלקה שהוא עצמו סימן. כעת חוזרים על התהליך ושואלים את 98 הנותרים, האם בעיניהם החלקה המסומנת הקטנה יותר אכן שווה לכל היותר מיליון.

בסופו של התהליך, מישהו בהכרח מסמן חלקה ששווה בעיניו מיליון, בעוד שכל שאר האנשים חושבים שהיא שווה לכל היותר מיליון. אותו אדם מקבל את החלקה שסימן, ושאר 99 האנשים ממשיכים לחלק את הקרקע שנותרה, ששווה בעיניהם לפחות 99 מיליון. בסופו של התהליך, כל אדם יקבל קרקע ששווה בעיניו לפחות מיליון.

.צריךלתתדוגמהיותרמפורטתשמראהכיצדהתהליךעובד, כירקמההסברהתיאורטיזהלאנראהלימספיקברורלקוראשלאמתמצאבזה. *אראל: הוספתי*

תהליך חלוקה כזה, שבו מובטח לכל אחד שיקבל לפחות 1/n מהעוגה, נקרא חלוקה פרופורציונלית (proportional division),והוא מתאים לתורת זכות-הקניין הליברלית מיסודו של ג'ון לוק. לדבריו, אדם זוכה בבעלות על חלק מהטבע (כגון קרקע) כאשר הוא מפעיל את עבודתו על אותו חלק מהטבע (=מעבד את הקרקע), **ובלבד שהוא משאיר מספיק לאחרים.**[[63]](#footnote-77)עיקרון הפרופורציונליות מתאים גם לעיקרון הצדק של רולס (Rawls), לפיו יש למקסם את המינימום –כלומר לדאוג לכך שהאדם שמקבל הכי מעט, יקבל הכי הרבה שאפשר.[[64]](#footnote-78)

המאמר החלוצי של שטיינהאוס פתח שער לנושא מחקר שלם הנקרא:'חלוקה הוגנת' (fair division) או 'חיתוך-עוגה הוגן' (fair cake-cutting). מאז ועד היום נכתבו עוד מאות מאמרים בנושא,[[65]](#footnote-79) אולם עדיין הניחו לנו מקום רב להתגדר בו. הנה כמה נושאים מעניינים שעדיין לא נחקרו כל צרכם:

**חלוקת עוגה למלבנים מאוזנים**

כל האלגוריתמים לחלוקת עוגה, שבדקתי עד לרגע זה, מתעלמים לחלוטין **מהצורה** של הפרוסה שכל אחד מקבל. למעשה, חלק מהאלגוריתמים אף מניחים שהעוגה היא חד-מימדית (הקטע [0,1]), כך שאם ניישם אותם לחלוקת נחלות בארץ ישראל, כל אזרח יקבל רצועה צרה וארוכה מהים ועד הירדן, ברוחב של כ-10 ס"מ... על הנייר זוהי חלוקה הוגנת, אולם במציאות חלקות כאלו אינן ניתנות לשימוש (אמנם, בסוף ספר יחזקאל, הנביא מתאר חלוקה עתידית של ארץ ישראל ל-13 שבטים, והחלוקה היא בחתכים מקבילים ממזרח למערב! אולם הוא לא מתאר את החלוקה הפנימית לאזרחים בתוך כל שבט).

ישנן מעט עבודות על חלוקה מעגלית (pie cutting) - כאשר החתכים הם רדיאליים.[[66]](#footnote-80) החלוקה הזאת מתאימה, למשל, לחלוקת אגם שנמצא בין מדינות, כך שכל מדינה תקבל קו חוף רציף. אולם גם זו אינה חלוקה כללית מספיק עבור חלוקת ארץ לאזרחים.

מצאתי רק אלגוריתם אחד שמאפשר לכל אזרח לקבל נחלה בצורה קבועה מראש:[[67]](#footnote-81) האלגוריתם דורש מכל אזרח לצייר על המפה n מלבנים לא-חופפים, כך שכל מלבן חופף לכל היותר למלבן אחד של כל אזרח אחר. האלגוריתם מבטיח שכל אזרח יקבל את אחד המלבנים שצייר. הבעיה, שהאלגוריתם מטיל טרחה מרובה על האזרחים - כאשר יש הרבה אזרחים (מיליונים), זה מאד קשה לשרטט n מלבנים שווי-תועלת. פתרון אפשרי הוא, לבקש משמאי-מקרקעין לשרטט כמה סדרות של מלבנים המתאימות לפרופילי העדפות סטנדרטיים, כך שכל אזרח יוכל לבחור את הפרופיל המתאים לו, ולא יצטרך לשרטט בעצמו. אולם ישנה בעיה אחרת - כשמספר האזרחים גדול, הסיכוי שהמלבנים יעמדו בדרישות הפרוטוקול (לא יחתכו יותר ממלבן אחד של כל אזרח אחר) הוא מאד נמוך. ברוב המקרים, האלגוריתם לא יוכל למצוא כל חלוקה העומדת בדרישות, ויודיע על כישלון.

אני מנסה כעת ללכת בכיוון אחר, וחוקר את השאלה הבאה: נניח שאנו רוצים לחלק עוגה (או קרקע), כך שכל אזרח יקבל פרוסה **בצורת מלבן מאוזן**, כלומר, **מלבן שהיחס בין גובהו לרוחבו הוא בין R לבין 1/R**, עבור מספר כלשהו R>=1. מהו החלק הגדול ביותר שאפשר להבטיח לכל אזרח, תחת מגבלה זו?

ניתן לראות מיד, שחלוקה פרופורציונלית לא תמיד אפשרית בתנאים אלה. לדוגמה, אם ישנם 2 אזרחים, בעלי העדפות שוות ואחידות, והקרקע שיש לחלק היא בצורת ריבוע עם צלע של 100 מטר, ואנחנו מעוניינים ביחס של R=1 (כלומר כל אחד צריך לקבל חלקה בצורת ריבוע), לכל היותר נוכל לתת לכל אזרח ריבוע עם צלע של 50 מטר, הכולל רבע מהערך הכולל; לא נוכל להבטיח לכל אחד חצי מהערך הכולל! אם כך, השאלה היא, מהו המקסימום שאפשר להבטיח לכל אזרח, תחת המגבלה שכל חלקה חייבת להיות מלבן מאוזן?

לאחרונה הוכחתי בע"ה, שהמקסימום שאפשר להבטיח לכל אזרח הוא **1/(2n-1)**, כאשר n הוא מספר האזרחים. ההוכחה היא ע"י רדוקציה לבעיה אחרת שפיתחתי - בעיית "חיתוך עוגה עם צימוקים" (<http://math.stackexchange.com/questions/394620/square-cake-with-raisins> (. גבול עליון זה נכון לכל R! כלומר, גם אם האזרחים מוכנים לקבל נחלה שיחס גובה-רוחב שלה הוא בין 100 לבין 1/100, עדיין עלול להיות מצב שבו כל אזרח יקבל רק כחצי ממה שמבטיחים לו אלגוריתמים שאינם מתחשבים בצורה. אם R=1 (ריבוע), הגבול העליון אף נמוך יותר, ועומד על **1/2n**.

לאחרונה גם הוכחתי בע"ה **גבול תחתון קונסטרוקטיבי התואם לגבול העליון, עבור R>=3**. כלומר, אם האזרחים מוכנים לקבל נחלה שיחס גובה-רוחב שלה הוא בין 3 לבין ⅓ , אז ישנו אלגוריתם המבטיח שכל אזרח יקבל נחלה הכוללת **1/(2n-1)**  מהתועלת שלו לארץ כולה.

עבור R<3, הוכחתי גבול תחתון קונסטרוקטיבי ליניארי, אולם הוא קטן בערך פי 2 מהגבול העליון (כ- **1/(4n-5)** ). אני משער שאפשר להגיע לגבול העליון ע"י הוספת רמות-פירוט לאלגוריתם.

כמה הצעות למחקר עתידי:

* האלגוריתם מתייחס לעוגה בצורת מלבן בלבד. אבל ארץ ישראל, כידוע, אינה בצורת מלבן. איך אפשר ליישם את האלגוריתם במקרה זה? אם נוכל למצוא מיפוי דו-כיווני בין ארץ ישראל לבין מלבן, כך שמלבנים קטנים ישמרו, בקירוב מספיק טוב, על צורתם ועל מידותיהם, נוכל למפות את ארץ ישראל למלבן, להריץ את האלגוריתם על המלבן, ואז למפות את תוצאות האלגוריתם בחזרה לארץ ישראל. מועמד טוב למיפוי כזה הוא **מיפוי קונפורמי** (=שומר זויות). ע"פ משפט המיפוי של רימן (ויקיפדיה, Riemann mapping theorem), לכל צורה פשוטת-קשר במישור קיים מיפוי קונפורמי אל עיגול היחידה, ומכאן שגם למפת ארץ ישראל קיים מיפוי קונפורמי למלבן. אולם, אינני יודע מה עושים מיפויים קונפורמיים למלבנים קטנים - עד כמה הם מעוותים אותם?
* האלגוריתם נראה בזבזני - אם כל אזרח מקבל כחצי מהערך היחסי שלו, הרי שכמעט חצי מהקרקע "מבוזבז". אחד הנושאים למחקר עתידי הוא, לחקור את אופי הקרקע ה"מבוזבזת", ולראות האם אפשר להציע שימושים בקרקע זו. לדוגמה, ייתכן שנשארות רצועות-קרקע צרות וארוכות, שניתן להשתמש בהן לכבישים ציבוריים. זה מקשר את המחקר לנושא נוסף - תיכנון עירוני.
* **יעילות כלכלית**: באופן כללי, חלוקה הוגנת עלולה להיות בלתי-יעילה מבחינה כלכלית. לדוגמה, אם שני אנשים רוצים לחלק ביניהם עוגה, כך שכל אחד מהם יקבל פרוסה אחת רציפה, אבל אחד מהם רוצה את הקצפת שבמרכז העוגה, והשני רוצה את הדובדבנים שבקצות העוגה - אזי החלוקה ההוגנת היחידה היא לחלק את העוגה באמצע ולתת חצי לכל אזרח, אבל זו חלוקה לא יעילה - כל אחד מהשניים יקבל דובדבנים וקצפת, כאשר אחד מהם לא מעוניין כלל בדובדבנים, והשני לא מעוניין כלל בקצפת. לצורך דיון ביעילות הכלכלית של חלוקה כלשהי, הוצעו הגדרות שונות של יעילות: יעילות אגליטרית (מיקסום מינימום התועלת), יעילות אוטיליטרית (מיקסום סכום התועלות), יעילות פרופורציונלית (מיקסום מכפלת התועלות), ויעילות פארטו. לאחרונה נעשו מחקרים על **מחיר ההוגנות** (price of fairness) - כמה יעילות צריך להפסיד, במקרה הגרוע ביותר, כדי לקבל חלוקה הוגנת; וכן **מחיר היעילות** (price of efficiency) - כמה הוגנות צריך להפסיד כדי לקבל חלוקה יעילה. יונתן אומן ויאיר דומב, מהמחלקה למדעי המחשב בבר-אילן, עסקו בנושא זה בסדרת מאמרים (Aumann & Dombb, 2010-2013), כמו כן, נעשים ניסיונות לפתח אלגוריתמים לחלוקה יעילה ככל האפשר, עם או בלי דרישה להוגנות. בהקשר של חלוקת קרקעות, שאלה מעניינת היא, האם אפשר לפתח אלגוריתם הממקסם כל אחת מהתועלות השונות (אוטיליטרית, אגליטרית וכו'), תחת המגבלה של פרוסות בצורת מלבן מאוזן?

קריטריונים חלופיים להגינות

חלוקה פרופורציונלית אמנם מבטיחה שכל אזרח יקבל **לפחות**1/n מהקרקע, אבל יש אזרחים שיקבלו **יותר** מאחרים ועובדה זו עשויה לעורר קנאה בקרב אחרים. כתחליף לעקרון הפרופורציונליות, הוצע על-ידי ??? בשנת ??? העיקרון של '**חלוקה נטולת קנאה'** (envy-free division), על-פיוכל אזרח מקבל נחלה כלשהי בהתאם להעדפותיו האישית, שהנה טובה לפחות כמו כל נחלה אחרת. למשל, אם אזרח קיבל נחלה שהשווי שלה בעיניו הנו מיליון ש"ח, אז השווי של כל שאר הנחלות יהיה בעיניו לכל היותר מיליון. לאחרונה הוכח שחלוקה נטולת-קנאההרבה יותרקשה לביצוע מאשר חלוקה פרופורציונלית.למעשה,**אי-אפשר** לבצע חלוקה נטולת-קנאהשבה כל אזרח מקבל נחלה אחת רציפה עםשלושה אזרחים ומעלה(Stromquist 2008). גם אם מאפשרים לתת הרבה נחלות קטנות לכל אזרח (דבר בעייתי בפני עצמו כאשר מדובר בקרקע) הסיבוכיות הקטנה ביותר האפשרית הנה ריבועית (Procaccia, 2009). ישנו פרוטוקול פשוט שמוצא חלוקה נטולת-קנאהבקירוב עם פרוסה אחת לכל אזרח, לכל מספר של אזרחים, ולכל רמה רצוייה של קירוב (Francis E. , 1999). הפרוטוקול נוח לאזרחים מכיווןשהמחשב מציג להם סדרה של חלוקות אפשריות (לפי חוקיות מתמטית מסויימת) והם רק צריכים לציין, עבור כל חלוקה, איזו פרוסה הם מעדיפים. התהליך מתכנס, באינסוף, לחלוקה נטולת-קנאה, אולם ניתן להפסיק אותו אחרי זמן סופי ולקבל חלוקה קרובה לנטולת-קנאה. קיים גםמחשבון שמאפשר להריץ אלגוריתם זה על נתונים אמיתיים.[[68]](#footnote-82) כמו כן, נעשו מספר מחקרים שניסו להגדיר קריטריונים אחרים להוגנות, בעזרת שיקולים פילוסופיים וניסויים אמפיריים.[[69]](#footnote-83)

יעילות כלכלית

חלוקה הוגנת עלולה להיות בלתי-יעילה מבחינה כלכלית. לדוגמה, אם שני אנשים רוצים לחלק ביניהם עוגה, כך שכל אחד מהם יקבל פרוסה אחת רציפה, אבל אחד מהם רוצה את הקצפת שבמרכז העוגה והשני רוצה את הדובדבנים שבקצוות - אזי החלוקה ההוגנת היחידה היא לחלק את העוגה באמצע ולתת חצי לכל אחד. אבל חלוקה זו איננה יעילה מכיוון שכל אחד מהשניים יקבל גם דובדבנים וגם קצפת, כאשר אחד מהם לא מעוניין כלל בדובדבנים, והשני לא מעוניין כלל בקצפת. כלומר, לחלק מתפוקה האובייקטיבית שלהם אין תועלת סובייקטיבית ממשית ולכן היא גם חסרת ערך כלכלי. מצב זה משתנה במידה וקיים שוב בו ניתן להחליף את הדובדבנים בקצפת, ולהיפך. לצורך פשטות ההסבר נניח שהדבר איננו אפשרי במקרה שלנו (לא בין שני השחקנים לבין עצמם ולא מול שחקנים אחרים). לאחרונה נעשו מחקרים על **מחיר ההוגנות (price of fairness)**, השואליםעל כמה יעילות צריך לוותר, במקרה הגרוע ביותר, כדי לקבל חלוקה הוגנת. בכיוון ההפוך ישנם מחקרים על מחיר היעילות (price of efficiency)–השואלים על כמה הוגנות צריך לוותר כדי לקבל חלוקה יעילה.[[70]](#footnote-84)כמו כן, נעשים ניסיונות לפתח אלגוריתמים לחלוקה הוגנת, שיהיו גם יעילים ככל האפשר על-פי הגדרות שונות של יעילות: יעילות אגליטרית (הגדלת מינימום התועלת), יעילות אוטיליטרית (הגדלת סכום התועלות) ויעילות פארטו.

**יישום הדרגתי**

כל האלגוריתמים שבדקתי עד עכשיו ניתנים ליישום רק כאשר כל האזרחים מגיעים לארץ ומקבלים את נחלותיהם בעת ובעונה אחת (כפי שהיה עם כיבוש הארץ בימי יהושע בן-נון). אולם בימינו רוב הארץ כבר מיושבת, ונשאלת השאלה:כיצדניתן לבצע חלוקה הוגנת באופן הדרגתי? מצאתי רק מאמר אחד המתייחס לחלוקה הדרגתית של עוגה (online cake cutting: Walsh, 2011), אולם גם הוא מניח שמספר האנשים ידוע מראש (הם רק מגיעים אחד אחרי השני ולא ביחד). במציאות, מספר האזרחים משתנה כל הזמן. כלומר, גם אם מצאנו חלוקה הוגנת של נחלות למיליון אזרחים, מחר יכול להגיע האזרח המיליון ואחד (נער שהגיע לגיל 18, עולה חדש שהגיע לארץ וכדומה) ולדרוש גם הוא את נחלתו. האם אפשר לעדכן את החלוקה, כך שתהיה הוגנת גם כלפיהאזרח החדש (בהנחה שסך כל הקרקעות קבוע)? לא מצאתי (עדיין) כל התייחסות לשאלה זו, ולדעתי היא יכולה לשמש נושא מעניין למחקר עתידי.

**צורת הנחלה**

כל האלגוריתמים לחלוקת עוגה שבדקתי מתעלמים לחלוטין מהצורהשל הפרוסה שכל אחד מקבל. למעשה, חלק מהאלגוריתמים אף מניחים שהעוגה הנהחד-מימדית, כך שאם ניישם אותם במקרה של חלוקת נחלות בארץ-ישראל, כל אזרח יקבל רצועה צרה וארוכה מהים ועד הירדן ברוחב של כ-10 ס"מ. על הנייר זו חלוקה הוגנת, אולם במציאות חלקות כאלו אינן שימושיות ולכן חסרות תועלת ממשית (אמנם, בסוף ספר יחזקאל, הנביא מתאר חלוקה עתידית של ארץ ישראל לשלושה-עשר השבטים על-פי חתכים מקבילים ממזרח למערב, אולם הוא לא מתאר את החלוקה הפנימית לאזרחים בתוך כל שבט).

ישנן מעט עבודות על חלוקה מעגלית (Pie cutting) עםחתכים רדיאליים (למשל: Brams, 2008). החלוקה הזו מתאימה, למשל, לחלוקת אגם שנמצא בין מדינות, כך שכל מדינה תקבל קו חוף רציף. אולם גם חלוקה זו איננה כללית מספיק עבור ארץ שלמה.

עד כה מצאתי רק אלגוריתם אחד שמאפשר לכל אזרח לקבל נחלה בצורה מסויימת (Iyer & Huhns, 2007). אלגוריתם זה דורש מכל אזרח לצייר על המפה n מלבנים לא-חופפים, כך שכל מלבן חופף לכל היותר למלבן אחד של כל אזרח אחר,והאלגוריתם מבטיח שכל אזרח יקבל את אחד המלבנים שצייר. הבעיההיא שהאלגוריתם דורשה השקעה רבה מצד האזרחים, וכאשר כאשר יש מיליוני אזרחים מאוד קשה לשרטט n מלבנים שווי-תועלת, והסיכוי שהמלבנים יעמדו בדרישות הפרוטוקול (לא יחתכו יותר ממלבן אחד של כל אזרח אחר) נהיה נמוך מאוד. פתרון אפשרי אחד הוא לבקש משמאי-מקרקעין לשרטט כמה סדרות של מלבנים המתאימות לפרופילי העדפות סטנדרטיים, כך שכל אזרח יוכל לבחור את הפרופיל המתאים לו ולא יצטרך לשרטט בעצמו.

הקצאת חדרים

דרך חלופית להסתכל על בעיית חלוקת הנחלות היא כבעיה של שותפים לדירה המנסים לחלק ביניהם את החדרים בצורה הוגנת לשביעות רצון כל הצדדים. נניח שיש לנוn שותפים השוכרים דירה עם n חדרים, ועליהם להחליט איזה חדר יקבל כל אחד מהם ואיזה חלק משכר-הדירה ישלם כל אחד. המחשבון של סוּ מציע דרך פשוטה לפתור את הבעיה[[71]](#footnote-86): כל אחד מהשותפים מתעדף את החדרים מנקודת-מבטו האישית על-ידי נתינת n הצעות מחיר, הצעה אחת לכל חדר, כך שסך כל הצעות המחיר תסתכמנה בשכר-הדירה הכולל.האלגוריתם לוקח את כל הצעות המחיר, ויוצר הקצאת-חדרים כך שכל שותף צריך לשלם לכל היותר את הסכום שהציע עבור החדר אותו קיבל. אלגוריתם זה איננו חסין בפני אסטרטגיה, וישנה הוכחה לפיה אין אלגוריתם חסין-אסטרטגיה שהנו נטול-קנאה לגמרי.[[72]](#footnote-87) כדי לפתור את הבעיה הוצעו אלגוריתמים אקראיים (Dufton & Kate, 2011) שמתפשרים קצת על הוגנות כךשבממוצע רקn-1 אזרחים יהיו נטולי קנאה. כלומר, אזרח אחד יקנא באחרים. אגב, גם בתורה חלוקת הנחלות בוצעה ע"י הטלת גורל (במדבר כו).

כדי לעבור מבעיית השותפים לבעיית חלוקת הנחלות ניתן לבצע חלוקה שרירותית כלשהי של הארץ לנחלות כמספר האזרחים, ולבקש מכל אזרח להציע הצעת מחיר עבור כלנחלה. מה צריך להיות סכום ההצעות הכולל,המקביל לשכר-הדירה הכולל בבעיית השותפים? אפשר לקבוע שהסכום יהיה שווה בדיוק לתקציב המדינה. דרישה זו מסתמכת על ההנחה שהמס הצודק היחיד הוא מס ערך הקרקע, כלומר תקציב המדינה יהיה שווה בדיוק לגובה המס שניתן לגבות מקרקעותיה (George, 1879).. ג'ורג' מבסס את טענתו הןעל ניתוח כלכלי והן על עקרונות מקראיים: מאחר וכל הארץ נוצרה ע"י הבורא, ואנחנו רק גרים ותושבים על הארץ (tenants for a day), אין לנו זכות לקחת בעלות על הארץ.מי שבכל-זאת לוקח בעלות על קרקע צריך לשלם את השווי הכלכלי שלה לקופת הציבור, כדי לפצות את הציבור על כך שהוא מונע גישה לחלק מהארץ השייכת לציבור כולו. לדבריו, מס ערך קרקע יאפשר לממן את תקציב המדינה ללא כל מיסים נוספים, שהם לא-צודקים ומזיקים לכלכלה.

כדי להקל על האזרחים את תהליך החלוקה ניתן לבקש משמאי מקרקעין ליצור כמה אוספים של הצעות מחיר המשקפות פרופילי העדפות תקניים. כל אזרח יבחר את הפרופיל הקרוב ביותר לליבו, ויוכל גם לבצע בו התאמות קלות בהתאם להעדפות האישיות שלו. האלגוריתם יתן לכל אזרח נחלה, ויחד עם זאתיחייב אותו לשלם מס שנתיבגובה נמוך יותר מהסכום שהוא הציע עבור הנחלה. בסופו של דבר סך כל המיסים יכסה במדוייק את תקציב המדינה, לפחות לפי התיאוריה של ג'ורג'.[[73]](#footnote-88)

תורת המשחקים - משחקי צפיפות

בימינו, לקרקע יש תכונה שאין לעוגה:ביכולתנו'ליצור' קרקע חדשה ע"י בנייה לגובה. למשל, נניח שחילקנו את הארץ לנחלות בצורה שרירותית כלשהי. בשלב השני ניתן לשאול כל אזרח באיזו נחלה הוא רוצה לגור ואז לבנות בכל נחלה בניין רב-קומות בהתאם למספר האנשים שבחרולגור בנחלה זו. אולם, מספר האנשים שיבחרו לגור בכל נחלה ישפיע על מספר האנשים שירצו לגור שם (חלק מהאנשים יעדיפו לגור במקום יותר צפוף ושוקק-חיים וחלק יעדיפו להתרחק ממנו, אבל את הבחירה הראשונית שלהם הם יאלצו לבצע בתנאי אי-ודאות ורק בסיום המשחק כל אחד יגלה כמה שכנים יש לו ובאיזו קומה הוא עתיד להתגורר (לשם פשטות העניין, אנחנו מניחים כרגע שניתן לבנות לכל גובה שנרצה מבחינה הנדסית). לכאןרה גורמת אי-הודאות לתהליך לרקורסיבי, כלומר מעגלי עד אינסוף, אך להלן אציע גרסה חדשה של האלגוריתם שפותרת בעיה זו.

התחום שמתייחס לנושא זה נקרא:'משחקי צפיפות' (Congestion Games).. במשחקים מסוג זה, תחת תנאים סבירים מסויימים, קיים שיווי-משקל נאש טהור, ובנוסף ניתן להגיע מכל מצב לשיווי-משקל נאש טהור ע"י סדרה סופית של החלפות.[[74]](#footnote-89) אולם, שיווי-משקל נאש איננו בהכרח חלוקה פרופורציונלית. למשל, אם יש שלושה אזרחים ושתי נחלות (צפון ודרום), וכולם מייחסים לצפון תועלת של 60 ולדרום תועלת של 40, אז שיווי-משקל נאש יהיה כל מצב שבו שני אזרחים נמצאים בצפון (עם תועלת 30) ואחד נמצא בדרום (עם תועלת 40). אבל החלוקה הזואיננהפרופורציונלית (וודאי גם איננהנטולת-קנאה), מכיווןששני הצפוניים מקבלים תועלת נמוכה משליש, והם מקנאים בדרומי. אבל ככל שמספר האזרחים בכל נחלה גדול יותר, כך רמת הקנאה תהיה קטנה יותר, ולכן שיווי-משקל נאש יהיה קירוב טוב לחלוקה נטולת-קנאה.

אם כך, אפשר להציע **אלגוריתם שיתן קירוב טוב לחלוקה נטולת-קנאה של נחלות**: כל אזרח בוחר נחלה (באמצעות מחשב); לאחר שכולם מסיימים לבחור כל אזרח מקבל דיווח על מספר האזרחים בנחלה שלו, ואם זה צפוף מדי בעיניו, הוא יכול להחליף. ההחלפות נמשכות עד שמגיעים לשיווי משקל, ואז מתחילים לבנות בניינים בהתאם למספר האזרחים שבחרו כל נחלה.

מכיוון שהמשחק הוא סימטרי (לכל האזרחים יש אותן אפשרויות), האלגוריתם מתכנס לשיווי-משקל נאש מקורב תוך זמן פולינומי(Chien & Sinclair, 2011). כדי לבדוק את זמן ההתכנסות בניתי סימולציה ב-NetLogo עבור על 1000 אזרחים, ומסתבר שהאלגוריתם מתכנס די מהר - כל אזרח היה צריך להחליף נחלה רק כ-10 פעמים. רמת הקנאה הסופית היא בסביבות 5% מהתועלת - רמה נמוכה יחסית (כמובן שמדובר בתוצאות ראשוניות בלבד). עד כמה שידוע לי, זהו אלגוריתם חדש.

ניתן להשתמש ברעיון זה גם כדי להקטין את הסיבוכיות של אלגוריתמים אחריםלחלוקה. למשל, במקום לחלק את הארץ בבת-אחת למיליון אזרחים, אפשר קודם לשאול כל אזרח באיזה אזור הוא רוצה לגור, לאפשר לאזרחים להחליף את הבחירה עד לשיווי משקל ואז לחלק את הנחלות בכל אזור בנפרד. החלוקה המתקבלת תהיה פרופורציונלית בקירוב, אבל לא נטולת–קנאה.יתכן שאזרח באיזור מסויים שבו יש תחרות גדולה יקנא באזרחים באזור אחר שבו התחרות קטנה יותר.

פסיכולוגיה ניסויית

האלגוריתמים שתיארנו עד כה עובדים יפה מאד על הנייר או בהדמיות ממוחשבות. אולם, הם לא נבדקו מעולם על אנשים אמיתיים! עד כמה שידוע לי, ישנם מעט מאד ניסויים אמפיריים על חלוקה הוגנת - וכולם עוסקים בחלוקה של חפצים בדידים, ולא של עוגות או קרקעות.[[75]](#footnote-90)

ישנן כמה סיבות לחשוב שחלוקה שנמצאההוגנת מבחינה תיאורטית לא תיתפס כהוגנת במציאות. אחת מהן היא שאנשים אינם יודעים להגדיר במדוייק את ההעדפות האישיות שלהם. בנוסף, ההעדפות גם משתנות מזמן לזמן, ולעתים בטווחים קצרים מאוד. לכן, נחלה שנתפסה בעינ אזרח מסוייםכרצויהברגע אחד יכולה להיחשב לגרועה בעיניו מספר ימים לאחר מכן בשל גילוי פרטים שהוא לא ידע קודם לכן או שינוי בהעדפותיו האישיות (או שילוב של השניים).

אני שואף לנסות חלק מהאלגוריתמים המוכרים לחלוקת עוגה על אנשים אמיתיים, ולבדוק עד כמה החלוקה המתקבלת נתפסת כהוגנת בעיני הנבדקים. ניתן לעשות זאת בשתי דרכים:

1. **במפה:** לתת לאנשים לחלק ביניהם מפה של ארץ-ישראל, לבדוק איזו חלוקה מתקבלת, והאם האנשים אכן מרוצים מהחלוקה.
2. **בשטח:** ניתן לבצע חלוקת נחלות אמיתית בין אנשים המקימים ישוב חדש. למרבה הצער, ניסוי זה אינו אפשרי במדינת ישראל, שכן בישראל מוקמים כיום מעט מאד ישובים חדשים וחלוקת הקרקעות בהם מוכתבת במידה רבה ע"י מנהל מקרקעי ישראל.[[76]](#footnote-91) אך יתכן שניתן לבצע ניסוי כזה בחו"ל. אם ממשלת ישראל תחליט לחלק נחלות לחיילים משוחררים, יהיה אפשר לבצע את החלוקה על השטחים המיועדים לכך, למשל, אם המדינה מקצה 1000 דונם לחלוקה לכל החיילים המשתחררים בתאריך מסוים, אז אפשר לבצע את תהליך החלוקה בין אותם חיילים. אפשרות זו נראית כרגע רחוקה למדי, אבל כדאי להכין תכנית מגירה למקרה שהיא תהיה מעשית. ניסוי שאפשר לבצע בישראל כבר היום הוא **הקצאת דירות** במסגרת **קבוצת-רכישה**. כל קונה צריך לקבל דירה, וכן לשלם סכום כלשהו מעלות הבניין. ניתן להריץ אלגוריתם לחלוקה נטולת-קנאה של דירות וכסף (ראו למעלה סעיף 2, 'הקצאת חדרים'), ולבחון האם הקונים אכן אינם מקנאים זה בזה.

סיכום

במאמר זה ניסיתי להראות שחוקת הנחלות המקראית נוגעת בתחומי-ידע רבים ומגוונים, שכולם מסייעים להבנת התורה מכיוונים שונים. שילוב זה הוא אחד המאפיינים העיקריים של תכנית 'ניצוצות'- תכנית שבה כל תחומי-הידע האנושי 'מגוייסים'על-מנת להסביר סוגיות תורניות. התורה, הניצבת במרכז, היא המאחדת את כל תחומי הידע השונים, בסוד "ה' א-להינו, ה' אחד".

בשנים הקרובות אני מתכוון, בע"ה, להמשיך ולחקור את הנושא מכיוונים שונים, כאשר המטרה הסופית שלי היא "ללמוד על-מנת לעשות" - למצוא דרכים מעשיות ליישם את חוקת הנחלות המקראית בישראל של ימינו.

1. ויקרא כה:י. [↑](#footnote-ref-1)
2. שם כג. [↑](#footnote-ref-2)
3. במדבר כו:ב. [↑](#footnote-ref-3)
4. שם נב-נו. [↑](#footnote-ref-4)
5. [רמב"ם, מורה נבוכים ג לט](http://press.tau.ac.il/perplexed/chapters/chap_3_39.htm) [↑](#footnote-ref-5)
6. גלובס, 22.9.2013, http://www.globes.co.il/news/article.aspx?did=1000880470 [↑](#footnote-ref-6)
7. מהיכרות אישית. וראו גם: אשר שכטר ואפרת נחושתאי, **"לאחייביםלהשתעבדלמשכנתאאולשכירות: לבנותביתב-100אלףשקל",**  מרקרוויק, 14.7.2013, <http://www.themarker.com/markerweek/1.2069919> [↑](#footnote-ref-7)
8. ספרא על הפסוק, מלבי"ם שם, אברבנאל על הפסוק. [↑](#footnote-ref-8)
9. חגי ב:יד [↑](#footnote-ref-9)
10. דה"א כט:יד [↑](#footnote-ref-10)
11. ראו בראשית מז. [↑](#footnote-ref-11)
12. רבייהודה, בבלי ראשהשנהט ב [↑](#footnote-ref-12)
13. יחזקאל מו:יז [↑](#footnote-ref-13)
14. בראשית טו:יג. [↑](#footnote-ref-14)
15. דברים ה:יג [↑](#footnote-ref-15)
16. דברים כד:יז-יח [↑](#footnote-ref-16)
17. ר' אלעזר, בבלי יבמות סג א [↑](#footnote-ref-17)
18. וראו את הסברו של הראי"ה לדברים אלה של רבי אלעזר במאמרו "ראש אמיר", בהקדמה לספרו "עץ הדר". [↑](#footnote-ref-18)
19. אהוד טוקטלי, "שבע", עמ' 169. הספר נמצא ברשת: <http://www.hopeways.org/docs/sheva-ehud-tokatly.pdf> [↑](#footnote-ref-19)
20. תהלים קטו:טז [↑](#footnote-ref-20)
21. ספורנו על הפסוק. [↑](#footnote-ref-21)
22. דברים י:ט [↑](#footnote-ref-22)
23. ויקרא כ:כה-כח. [↑](#footnote-ref-27)
24. יהושע טו:כ [↑](#footnote-ref-28)
25. שופטים כא:כד [↑](#footnote-ref-30)
26. ראו פרק ד'. [↑](#footnote-ref-31)
27. שמואל א ח:יד. [↑](#footnote-ref-32)
28. שמואל א יא:ד, טו:לד [↑](#footnote-ref-33)
29. מלכים א טז כד [↑](#footnote-ref-34)
30. שם כה [↑](#footnote-ref-35)
31. רבי יוחנן, בבלי סנהדרין קב ב [↑](#footnote-ref-36)
32. Archer Torrey, "**Biblical Economics**": http://www.landreform.org/be2.htm [↑](#footnote-ref-37)
33. מלכים א כא:ג [↑](#footnote-ref-38)
34. מלכים א טז:לא [↑](#footnote-ref-39)
35. מלכים א כא [↑](#footnote-ref-40)
36. מיכה ב:ב [↑](#footnote-ref-41)
37. מיכה ו:טז [↑](#footnote-ref-42)
38. יחזקאל מו:יח [↑](#footnote-ref-43)
39. יחזקאל מז:יד-כב [↑](#footnote-ref-44)
40. יחזקאל מח [↑](#footnote-ref-45)
41. בבלי בבא בתרא קכב א. [↑](#footnote-ref-49)
42. ערכין לב ע"ב. [↑](#footnote-ref-51)
43. עבודה זרה טע"ב. מצוות היובל נחשבת כמאפיין של ימות המשיח גם במקורות מאוחרים יותר, כגון אצל הרמב"ם (משנה תורה, הלכות מלכים ומלחמותיהם יא א). [↑](#footnote-ref-53)
44. פירוט מקורות מלאים ומסקנות מעשיות ניתן למצוא במאמרי: "התחילו במשחק מראשיתו - מצוות חלוקת הנחלות והיובל מראשית הציונות ועד ימינו",שהתפרסם ב"אקדמות" כח, אדר ה'תשע"ג. גרסת קדם-הדפסה נמצאת ברשת: <http://tora.us.fm/tryg/mamr/yovl_etc.html> [↑](#footnote-ref-54)
45. Henry George, "**Progress and Poverty**", New York, 1879

    במסגרת המחקר תרגמתי את רוב הספר לעברית. ניתן למצוא את התרגום באתר ויקיטקסט העברי: <http://he.wikisource.org> . [↑](#footnote-ref-56)
46. Progress and Poverty, Chapter XX [↑](#footnote-ref-57)
47. ויקרא כה:כג. [↑](#footnote-ref-58)
48. ראו פרוטוקול ועידת הייסוד, " **Land Nationalisation Society. Conference This Day**", בתוך Echo 16, London, January 1882, נמצא ברשת: <http://people.wku.edu/charles.smith/wallace/S347.htm> [↑](#footnote-ref-59)
49. ראו למשל דו"ח הקרן הבריטית לחקר פלשתינה משנת 1894, באתר ויקיטקסט: http://en.wikisource.org/wiki/Palestine\_Exploration\_Fund\_-\_Quarterly\_Statement\_for\_1894/Land\_Tenure\_in\_Palestine [↑](#footnote-ref-60)
50. ראו: Raphael Patai, "Musha'a Tenure and Co-Operation in Palestine", American Anthropologist, 1949 [↑](#footnote-ref-61)
51. ויקיפדיה האנגלית, ערך "Seisachtheia". [↑](#footnote-ref-62)
52. ויקיפדיה האנגלית, ערך "Lex Licinia Sextia". [↑](#footnote-ref-63)
53. Plutarch, *Life of Tiberius Gracchus* Loeb Classical Library edition, 1921. [http://penelope.uchicago.edu/Thayer/E/Roman/Texts/Plutarch/Lives/Tiberius\_Gracchus\*.html](http://penelope.uchicago.edu/Thayer/E/Roman/Texts/Plutarch/Lives/Tiberius_Gracchus*.html) [↑](#footnote-ref-64)
54. ראו גם: וייקפדיה האנגלית, ערך "Tiberius Gracchus". [↑](#footnote-ref-65)
55. ראו ויקיפדיה האנגלית, ערך "Gaius Marius". [↑](#footnote-ref-66)
56. Hilaire Belloc, “Land-Tenure in the Christian Era”, in: “Catholic Encyclopedia”, 1913 (<http://en.wikisource.org/wiki/Catholic_Encyclopedia_(1913)/Land-Tenure_in_the_Christian_Era>) [↑](#footnote-ref-67)
57. ויקיפדיה האנגלית, ערך "Land reforms by country". [↑](#footnote-ref-68)
58. למיטב הבנתי, סדר הבחירה של האזרחים לא ישפיע באופן משמעותי על התוצאות. למרות זאת, כדי למנוע טענות על קיפוח מכוון, אפשר לקבוע שהסדר יהיה אקראי. [↑](#footnote-ref-69)
59. עתיד להתפרסם ב"בדד" כח, בהוצאת אוניברסיטת בר אילן, ה'תשע"ג–האםזההתפרסםכברוניתןלתתמקורמדוייק? [↑](#footnote-ref-70)
60. (<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/community/land-random><http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/community/land-income> ). [↑](#footnote-ref-71)
61. Ludwig von Mises, "Human Action", Liberty Fund 1949. [↑](#footnote-ref-74)
62. בראשית יג:ט. [↑](#footnote-ref-75)
63. John Locke, "Second Treatise of Government" (1690), Chapter V, paragraph 33 [↑](#footnote-ref-77)
64. John Rawls, "A theory of Justice", 1971 [↑](#footnote-ref-78)
65. מעל 180 מאמרים מחקריים על חלוקה הוגנת, עם הפניות מלאות וקישורים לטקסט מלא, ניתן למצוא כאן: http://citeulike.org/user/erelsegal-halevi/tag/fair-division [↑](#footnote-ref-79)
66. למשל: Steve Brams, 2008 [↑](#footnote-ref-80)
67. 2007 ,[Karthik Iyer](http://www.citeulike.org/user/erelsegal-halevi/author/Iyer:K), [Michael Huhns](http://www.citeulike.org/user/erelsegal-halevi/author/Huhns:MN), [↑](#footnote-ref-81)
68. http://www.math.hmc.edu/~su/fairdivision/calc/. [↑](#footnote-ref-82)
69. למשל M. E. Yaari, M. Bar-Hillel, 1984). [↑](#footnote-ref-83)
70. ראו, למשל, ממרים של יונתן אומן ויאיר דומב, מהמחלקה למדעי המחשב בבר-אילן, משנת 2010. [↑](#footnote-ref-84)
71. <http://www.math.hmc.edu/~su/fairdivision/calc/> [↑](#footnote-ref-86)
72. צריך מקור, וגם להסביר בעוד משפט מה זה אומר בדיוק [↑](#footnote-ref-87)
73. ניתן להעלות כאן גם שאלה למחקר נוסף [↑](#footnote-ref-88)
74. ראו מאמריו של יגאל מילכטייך, מהמחלקה לכלכלה בבר-אילן, מהשנים 1996, 2009 [↑](#footnote-ref-89)
75. המאמרים המעטים שמצאתי בנושא זה נמצאים כאן: <http://www.citeulike.org/user/erelsegal-halevi/tag/fair-division-experiments>. [↑](#footnote-ref-90)
76. מידע שקיבלתי בעל-פה מאהרן אריאל לביא, העוסק בהקמת יישובים חדשים. [↑](#footnote-ref-91)